

IV Powiatowy Konkurs Matematyczny

Zadania dla uczniów klas drugich liceów oraz trzecich techników

20 kwietnia 2006r.

Zadania	1 (2 p)	2 (3 p)	3 (3 p)	4 (3 p)	5 (4 p)	6 (4 p)	7 (5 p)	8 (6 p)	9 (6p)	10 (6p)	Razem- 42 pkt
Punkty											

Numer kodowy

*Przy pomocy matematyki, tworę swego niedoskonałego umysłu,
człowiek zmierzył przestrzeń tak wielką, że nie może jej objąć wyobraźnią.*
M.Kline

Rozwiąż zadania. Zapisz rozwiązania w miejscu do tego przeznaczonym.

Czas pracy: 120 minut.

Życzymy powodzenia

Zadanie 1. (2 pkt)

Gdzie jest błąd? Uzasadnij.

$$a + b = c \quad / +a + b$$

$$2a + 2b = a + b + c \quad / -2c$$

$$2a + 2b - 2c = a + b - c$$

$$2(a + b - c) = a + b - c \quad / :(a + b - c)$$

$$2 = 1$$

Zadanie 2. (3 pkt)

Znajdź wszystkie pary liczb naturalnych spełniające równanie $y + x^2 = 27$.

Zadanie 3. (3 pkt)

Pewien dowcipny hodowca tak się wyraził o jednym ze swoich kotów: *Kiedyś go kupiłem, a dziś sprzedaję za 24 dolary, tracąc przy tym tyle procent, ile dolarów kosztował mnie ten kot.* Czy można jednoznacznie ustalić, za ile ten hodowca kupił kota?

Odp.:

Zadanie 4. (3 pkt)

Uzasadnij, że dla każdego $x \in (-1,1)$ wyrażenie $|x-1|x^2 + x - 1$ jest ujemne

Zadanie 5. (4 pkt)

Widownia wokół boiska do koszykówki podzielona jest na cztery sektory.

W pierwszym rzędzie każdego sektora jest 8 miejsc, a w każdym następnym rzędzie o 2 miejsca więcej niż w rzędzie poprzednim. W każdym sektorze jest 10 rzędów. Czy na widowni wystarczy miejsc dla 700 osób?

Zadanie 6. (4 pkt)

Babilończycy obliczali przybliżenia pierwiastków kwadratowych z liczb naturalnych dodatnich wykorzystując zależność: $\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$, gdy $|b| \leq a$ i $a \in \mathbb{N}^+$. Aby podać przybliżoną wartość liczby

$\sqrt{7}$ wykorzystując metodę Babilończyków, postępujemy następująco:

1^o Zauważamy, że $7 = 3^2 - 2$ lub $7 = 2^2 + 3$

2^o Ponieważ $|-2| < 3$, a $|3| > 2$, to $\sqrt{7} = \sqrt{3^2 + (-2)}$, a $\sqrt{3^2 - 2} \approx 3 - \frac{2}{2 \cdot 3}$

3^o $3 - \frac{2}{6} = 3 - \frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$, czyli $2\frac{2}{3} = 2,6$

4^o Odpowiedź: $\sqrt{7} = 2,67$

Postępując analogicznie podaj przybliżenie liczby $\sqrt{13}$.

Zadanie 7. (5 pkt)

Wilk goni zająca, który znajduje się w odległości 60 swoich skoków od wilka. Gdy zając zrobi 9 skoków, w tym czasie wilk zrobi ich 6. Wielkość 3 wilczych skoków jest równa 7 skokom zająca. Ile skoków musi zrobić wilk, aby dogonić zająca?

Zadanie 8. (6 pkt)

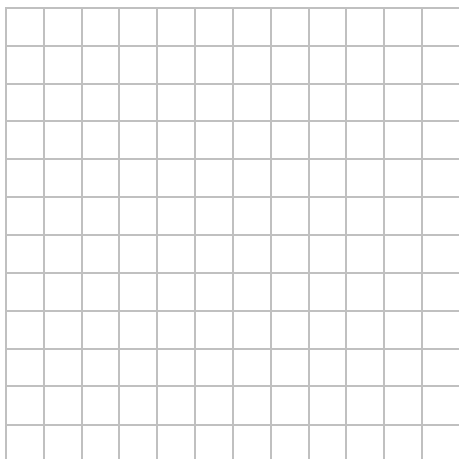
Pan Edek kupił 30 m bieżących siatki na ogrodzenie prostokątnego kojca dla psa Maxa.

- a) Jakie wymiary powinien mieć kojec, jeśli Pan Nowak chce, by Max miał możliwie jak najwięcej przestrzeni do biegania?
- b) Ile kosztowałoby wyłożenie podłoża w tym kojcu kostką, kosztującą 25 zł za 1 m², jeżeli wykonująca usługi firma pobiera należność w wysokości 20% wartości zużytego materiału?

Zadanie 9. (6 pkt)

Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{dla } x \leq 0 \\ 1 + \frac{1}{x} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$.

- Narysuj wykres tej funkcji.
- Podaj zbiór wartości tej funkcji.
- Oblicz wartość tej funkcji dla $x = -\sqrt{2}$.
- Zapisz zbiór argumentów, dla których funkcja ta przyjmuje wartości ujemne.



Zadanie 10. (6 pkt)

Podstawą trójkąta ABC jest odcinek AB o długości 15 cm. Pozostałe boki trójkąta mają długość 13 cm oraz 14 cm. Wysokość CD tego trójkąta podzielono na dwie części w stosunku 2 : 3, licząc od wierzchołka C. Przez punkt podziału poprowadzono prostą równoległą do podstawy. Oblicz pole utworzonego trapezu ABGF.

