

V Powiatowy Konkurs Matematyczny dla uczniów klas pierwszych szkół ponadgimnazjalnych.

	Część I								Część II			Część III			Razem
Zadania	1 (1p)	2 (1p)	3 (1p)	4 (1p)	5 (1p)	6 (1p)	7 (1p)	8 (1p)	9(3p)	10(3p)	11(6p)	12(5p)	13(5p)	14(3p)	33pkt
Punkty															

Numer kodowy

W tym konkursie nie ma przegranych. To, że tu jesteś, jest już Twoim sukcesem.
Więc „Jeśli zadanie wydaje ci się trudne, bierz się za niemożliwe”
Aleksander Wielki

W **części I** masz zadania testowe, gdzie zaznaczasz prawidłową odpowiedź (niekoniecznie jedną).

W **części II** podajesz prawidłowe odpowiedzi.

W **części III** zapisujesz rozwiązania zadań.

Życzymy powodzenia!

Czas pracy 120 minut.

Część I (wolne miejsce wykorzystaj na obliczenia)

Zadanie 1 (1 pkt)

Dziedziną funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{2x-6}}{x}$ jest zbiór:

a) $\langle 3; \infty \rangle$

b) $(-\infty; 3)$

c) $\langle -3; 0 \rangle \cup (0; +\infty)$

Zadanie 2 (1 pkt)

Półowa liczby $2^{159} - 1$ jest liczbą:

a) niewymierną

b) wymierną lub całkowitą

c) dodatnią

Zadanie 3 (1 pkt)

Wartość wyrażenia $\sqrt{\frac{3}{4} - x} + \sqrt{2x} - \frac{3}{2}\sqrt{1-4x}$ dla $x = \frac{1}{12}$ jest równa:

a) $\sqrt{\frac{1}{6}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$

b) 0

c) $-\sqrt{\frac{2}{3}}$

Zadanie 4 (1 pkt)

Dwudziestu robotników wykonuje określoną pracę w ciągu 1,5 godziny. Ośmiu robotników wykona tę pracę w czasie:

a) 3 h

b) $3\frac{3}{4}$ h

c) 225 min

Zadanie 5 (1 pkt)

Pola dwóch kwadratów różnią się o 16 cm^2 , a ich boki o 2 cm. Zatem długości przekątnych tych kwadratów wynoszą:

a) $\sqrt{8}$ cm i $4\sqrt{2}$ cm,

b) $3\sqrt{2}$ cm i $\sqrt{50}$ cm,

c) $2\sqrt{8}$ cm i $2\sqrt{18}$.

Zadanie 6 (1 pkt)

Dana jest nierówność: $x + 2\sqrt{3} > \sqrt{3}x$

a) liczba $2\sqrt{3}$ jest jednym z rozwiązań tej nierówności,

b) zbiorem rozwiązań tej nierówności jest przedział $(3 + \sqrt{3}; \infty)$,

c) największą liczbą całkowitą spełniającą podaną nierówność jest 4.

Zadanie 7 (1 pkt)

Po wykonaniu działań $2 \cdot 3^{12} + 3 \cdot 9^6 + 4 \cdot 27^4$ otrzymamy wynik:

a) 3^{14}

b) $9 \cdot 27^4$

c) 3^{12}

Zadanie 8 (1 pkt)

Na początku maja kilogram truskawek kosztował 10 zł. Cena ta malała kolejno o 20%, 50%, 30%. Po tych obniżkach:

a) truskawki są rozdawane za darmo,

b) kilogram truskawek kosztuje mniej niż $\frac{1}{3}$ początkowej ceny,

c) kilogram truskawek kosztuje więcej niż $\frac{1}{4}$ początkowej ceny.

Część II

Zadanie 9 (3 pkt)

Prawdą jest, że: **Jeżeli suma cyfr liczby naturalnej jest podzielna przez 3, to liczba ta jest również podzielna przez 3.**

Poniżej podano dowód tej cechy podzielności dla liczb naturalnych trzycyfrowych:

Dowód:

Niech m będzie liczbą trzycyfrową o cyfrach x , y i z , oznaczających odpowiednio cyfrę setek, dziesiątek i jedności, dla której $x+y+z=3k$, gdzie k jest pewną liczbą naturalną. Wtedy liczba ta ma postać:

$$m = 100x + 10y + z = 99x + x + 9y + y + z = 3(33x + 3y) + x + y + z = 3(33x + 3y) + 3k = 3(33x + 3y + k)$$

Ponieważ liczba $33x + 3y + k$ jest liczbą naturalną dodatnią, więc liczba m dzieli się przez 3.

Przeprowadź podobny dowód dla cechy:

Jeżeli suma cyfr liczby trzycyfrowej jest podzielna przez 9, to liczba ta też jest podzielna przez 9.

Zadanie 10 (3 pkt)

Z podanego zestawu informacji wybierz tylko te zdania, które pomogą ci odpowiedzieć na pytanie sformułowane na początku. Podaj prawidłową odpowiedź na zadane pytanie.

Rozlewamy 42 litry soku do butelek. Ile butelek należy przygotować?		
1.	Butelek białych jest mniej niż brązowych.	
2.	Butelek brązowych jest 20.	
3.	Każda butelka ma pojemność 0,75 litra.	
4.	25 butelek jest koloru zielonego.	
5.	Butelki są w trzech kolorach: zielonym, brązowym lub białym.	
6.	Do każdej butelki nalewamy $\frac{7}{8}$ jej objętości.	
7.	Wszystkie butelki są szklane.	
8.	1 litr to 1000 cm^3 .	
9.	Sąsiad zrobił 15 litrów soku.	
10.	Przygotowane butelki mogłyby pomieścić więcej niż 42 litry soku.	

Zadanie 11 (6 pkt)

Oceń wartość logiczną poszczególnych zdań składowych oraz zdania złożonego:

a) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}} = 2 \wedge \text{prosta } x = 1 \text{ jest wykresem funkcji liniowej}$

.....

.....

b) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \sqrt{3}-\sqrt{2} \text{ lub } \sqrt{4}-\sqrt{2} = \sqrt{2}$

.....

.....

c) $\sim (|\sqrt{3}-2| = 2-\sqrt{3})$

.....

.....

d) $\forall_{x \in R} x^2 > 0$

Symbol: \forall
czytamy „dla każdego”

.....

e) $(6^2 + 8^2)^{\frac{1}{2}} = 14 \Leftrightarrow 3^4 \cdot 2^4 = 5^4$

.....

.....

Część III**Zadanie 12 (3 pkt)**

Oblicz, dla jakich wartości m rozwiązaniem równania $\frac{m}{3}(2-x) - \sqrt{4} = \frac{4-m}{-2^2 + \sqrt{36}} \cdot x + 10^0$ jest najmniejsza liczba pierwsza.

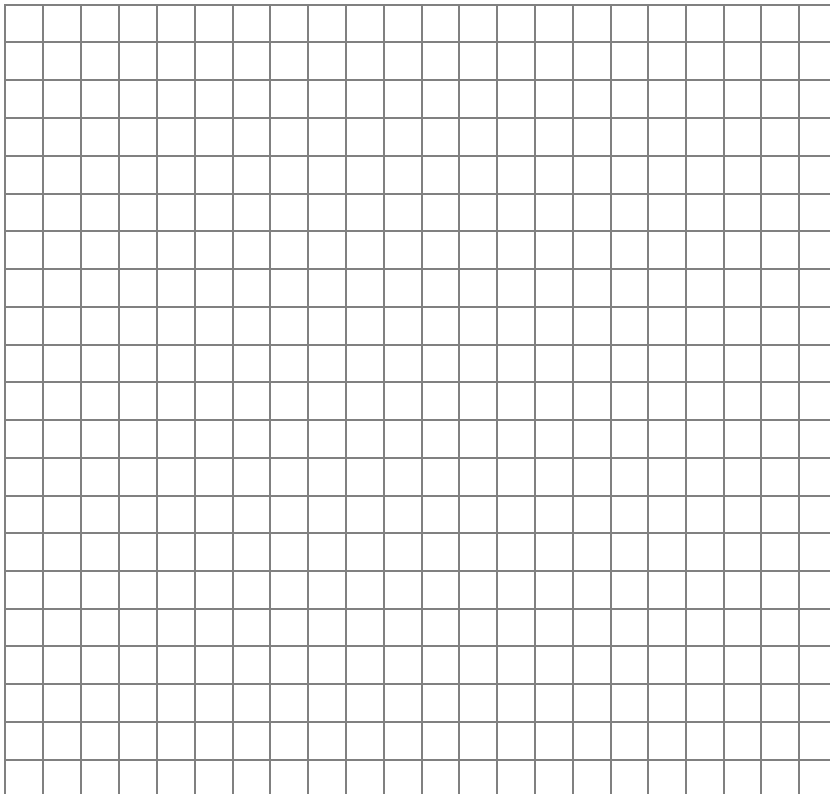
Zadanie 13 (5 pkt)

Turysta wyjechał na motocyklu z miasta A do miasta B z prędkością 60 km/h. Po 45 minutach zmniejszył prędkość do 10 km/h i do celu dojechał o pół godziny później niż gdyby jechał ze stałą prędkością początkową. Jaka jest odległość między miastami A i B?

Zadanie 14 (5 pkt)

Oblicz pole figury ograniczonej wykresami funkcji:

$$y = |x - 2| - 2 \text{ i } y = -|x + 1| + 5$$



Zadanie 15 (3 pkt)

Suma dwóch liczb jest równa $\sqrt{10}$, a ich różnica $\sqrt{6}$. Wykaż, że iloczyn tych liczb jest równy 1.

BRUDNOPIS

