

# V Powiatowy Konkurs Matematyczny dla uczniów klas drugich szkół ponadgimnazjalnych

Zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	RAZEM
Punkty													

Numer kodowy
--------------

W tym konkursie nie ma przegranych. To, że tu jesteś, jest już Twoim sukcesem.  
Więc „Jeśli zadanie wydaje ci się trudne, bierz się za niemożliwe”  
Aleksander Wielki

## Zadanie 1 (5pkt)

Wyznacz wszystkie wielomiany  $P(x)$  spełniające dla każdego  $x \in R$  warunek:

$$x \cdot P(x-1) = (x-2) \cdot P(x)$$

## Zadanie 2 (5pkt)

Gdy Pan i Pani Strąk zajęli miejsce w samolocie okazało się, że mają łącznie 94 kg bagażu. Pan Strąk zapłacił 1,5 dolara za nadwagę, a Pani Strąk 2 dolary. Gdyby Pan Strąk podróżował sam z bagażem obojga, to zapłaciłby 13,5 dolara za nadwagę. Ile kilogramów bagażu może wziąć bezpłatnie ze sobą pasażer?

**Zadanie 3 (7pkt)**

Rozwiąż nierówność:  $\sqrt{x+2} + \sqrt{3x+10} \geq 4$

**Zadanie 4 (3 pkt)**

Szofer spojrział na licznik swego samochodu. Licznik wskazywał liczbę 15951. Szofer zauważył, że ilość kilometrów, którą przebył, wyrażała się liczbą palindromiczną, tj. taką, którą odczytywało się od strony lewej do prawej tak samo, jak od prawej do lewej. „Ciekawe!” – rzekł szofer. „Teraz chyba nieprędko na liczniku pojawi się liczba o tych samych właściwościach.” Ale dokładnie w 2 godziny później licznik wskazał inną liczbę palindromiczną. Określ, z jaką średnią prędkością jechał szofer w ciągu tych dwóch godzin.

**Zadanie 5** (4pkt)

Dziecko ma komplet 4 wiaderk, z których największe ma objętość 1,5 litra, a każde następne ma objętość  $\frac{2}{3}$  razy mniejszą, niż poprzednie. Dziecko wzięło półlitrową butelkę i zaczęło nalewać do pełna wodę do wiaderk. Ile wody zabraknie, jeśli dziecko chodziło po nią 6 razy i zawsze napełniało butelkę do pełna?

**Zadanie 6** (3pkt)

Wielomian  $W(x) = x^4 + 2x^2 - x + 2$  można zapisać w postaci iloczynu dwóch trójmianów kwadratowych, postępując w następujący sposób:

$$\begin{aligned}W(x) &= (x^4 + x^3 + 2x^2) - (x^3 + x^2 + 2x) + (x^2 + x + 2) = \\ &= x^2(x^2 + x + 2) - x(x^2 + x + 2) + (x^2 + x + 2) \\ W(x) &= (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 2).\end{aligned}$$

Postępując w analogiczny do opisanego sposób, zapisz wielomian  $Q(x) = x^4 + 2x^2 + x + 2$  dwóch postaci iloczynu dwóch trójmianów kwadratowych.

**Zadanie 7** (5pkt)

Sprawdź, czy zbiór rozwiązań nierówności  $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 < 0$  jest zawarty w zbiorze rozwiązań nierówności  $|x + 1| \geq 1$ .

**Zadanie 8** (3pkt)

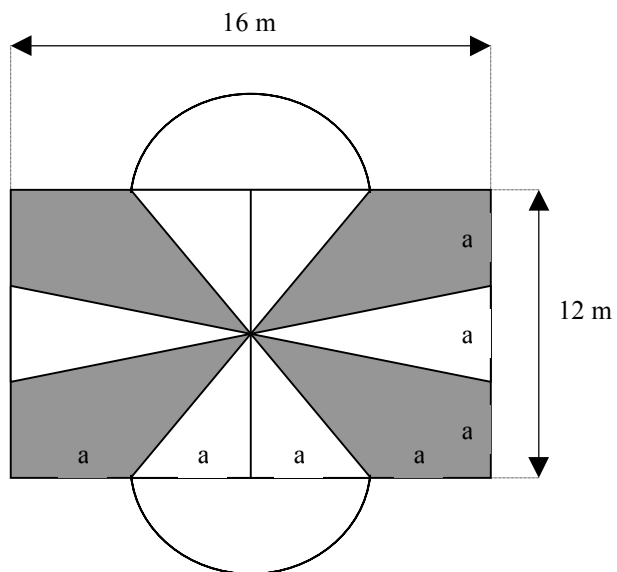
Ogon ryby waży 140 dag, głowa waży tyle ile ogon i pół tułowia, a tułów tyle, ile głowa i ogon. Ile kilogramów waży ryba?

**Zadanie 9** (5pkt)

Dla jakich  $a$  i  $b$  funkcja  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x^2 + bx + a}$  jest w swojej dziedzinie funkcją stałą?

**Zadanie 10** (7pkt)

Poniższy rysunek przedstawia logo pewnej firmy.



Firma zleciła namalowanie logo na ścianie swojego biurowca. Jego wymiary podane są na rysunku. Litr farby wystarcza na pomalowanie  $12 \text{ m}^2$  powierzchni. Firma zakupiła 10 litrów farby białej i 11 litrów szarej. Czy zakupiona farba wystarczy na wykonanie zadania?

**Zadanie 11 (4pkt)**

Mała firma rodzinna prowadzi produkcję i sprzedaż lodów. Lody pakowane są w plastikowe kubeczki.

Dzienny dochód  $D$  ze sprzedaży opisuje funkcja  $D(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 40x - 487\frac{1}{2}$ , gdzie  $x$  oznacza liczbę sprzedanych kubeczków.

- Jaką liczbę kubeczków należy sprzedać, aby uzyskać maksymalny zysk?
- Mama, tata i córka dzielą zysk w stosunku 2:2:1. Oblicz zysk córki, wiedząc, że sprzedano 60 kubeczków.

**Zadanie 12 (3pkt)**

Dana jest funkcja określona wzorem:  $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{dla } x < 2 \\ -x^2 + 8x - 14 & \text{dla } 2 \leq x < 6 \\ 2 & \text{dla } x \geq 6 \end{cases}$

- narysuj wykres funkcji  $f(x)$ ,
- o jaki wektor należy przesunąć wykres tej funkcji, aby otrzymać wykres funkcji parzystej?