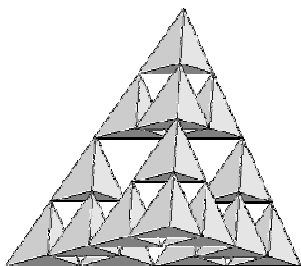


Kod ucznia:

Wodzisław Śl. 17.04.2013



XI Powiatowy Konkurs Matematyczny dla uczniów klas pierwszych szkół ponadgimnazjalnych.

W tym konkursie nie ma przegranych. To, że tu jesteś, jest już Twoim sukcesem. Więc „Jeśli zadanie wydaje ci się trudne, bierz się za niemożliwe”
Aleksander Wielki

W części pierwszej znajdują się zadania testowe. W każdej kratce obok odpowiedzi wpisz TAK lub NIE. W części drugiej zapisz rozwiązania każdego zadania.

CZĘŚĆ I

1) (4pkt) Cenę pewnego towaru oznaczmy x , zatem

- a) Po jednej podwyżce o 10% można nową cenę zapisać, jako $1,1x$
 b) Po dwóch kolejnych podwyżkach o 10% można nową cenę zapisać, jako $1,2x$
 c) Po jednej obniżce o 10% można nową cenę zapisać, jako $0,9x$
 d) Po trzech kolejnych obniżkach o 10% można nową cenę zapisać, jako $0,729x$.

2) (4pkt) Prawdą jest, że

- a) Liczby $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ oraz $1-\sqrt{2}$ są liczbami przeciwnymi
 b) Liczby $1+\sqrt{2}$ oraz $\sqrt{2}-1$ są liczbami odwrotnymi
 c) Liczby $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ oraz $1+\sqrt{2}$ są równe
 d) Liczby $1-\sqrt{2}$ oraz $\sqrt{2}-1$ są liczbami o przeciwnych znakach

3) (4pkt) Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{1}{2-\sqrt{5}}x + 2$

- a) Jest to funkcja liniowa
 b) Jest to funkcja rosnąca
 c) Punkt $(1, -\sqrt{5})$ należy do wykresu tej funkcji
 d) Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba 2

4) (4pkt) Dane są zbiory $A = (-\infty; k)$ oraz $B = (2k+1; +\infty)$. Wówczas

- a) Dla $k = -1$ zbiór $A \cap B$ jest zbiorem jednoelementowym
 b) Dla $k \leq -1$ zachodzi $A \cup B = R$
 c) Istnieje taka liczba k , dla której zbiór A jest zbiorem pustym
 d) Istnieje taka liczba k , dla której zbiory A oraz B są rozłączne

5) (4pkt) Dane jest równanie z niewiadomą x : $2^k x + 2^{k+1} = 4 \cdot 2^k \quad (k \in N)$.

- a) Rozwiązaniem tego równania jest liczba 1
 b) Rozwiązaniem tego równania jest liczba 2
 c) Rozwiązanie tego równania zależy od wartości liczby k
 d) To równanie ma więcej niż jedno rozwiązanie

6) (4pkt) Wartość wyrażenia $|x+1|+|x-2|$

- a) Dla $x=0$ wynosi -1
- b) Dla $x=\sqrt{2}$ wynosi 3
- c) Może wynosić 0 dla pewnego x
- d) Może być ujemna dla pewnego x

7) (4pkt) Dana jest funkcja $f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$.

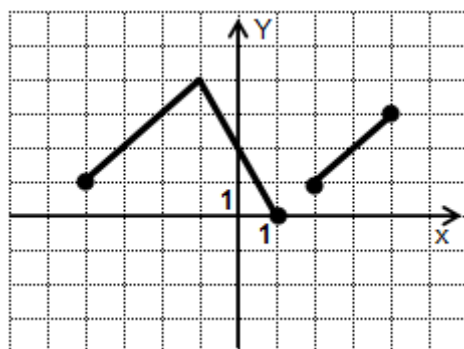
- a) Dziedzina tej funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych
- b) Dziedzina tej funkcji jest $R \setminus \{-1,1\}$
- c) $f(\sqrt{3})$ jest liczbą ujemną
- d) Wykres tej funkcji przecina oś OY w punkcie $(0,1)$

8) (4pkt) W kwadrat o boku 10 wpisano okrąg. W okrąg ten wpisano prostokąt, którego jeden z boków ma długość 8 . Zatem

- a) Długość tego okręgu jest nie większa niż 32
- b) Pole tego prostokąta stanowi 48% pola danego kwadratu
- c) Obwód tego prostokąta jest o 30% mniejszy od obwodu danego kwadratu
- d) Drugi bok prostokąta wynosi 6

9) (4pkt) Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$

- a) Dziedzina tej funkcji jest zbiór $\langle -4;4 \rangle$
- b) Funkcja ta nie ma miejsc zerowych
- c) Wartość tej funkcji dla liczby π nie istnieje
- d) Są trzy rozwiązania równania $f(x) = 2$



10) (4pkt) Zadanie dotyczy wykresu z zad. 9

- a) Zbiorem wartości funkcji $y = f(x-2)$ jest $Y = \langle -2;2 \rangle$
- b) Dziedzina funkcji $y = f(x) + 1$ jest zbiór $D = \langle -4;1 \rangle \cup \langle 2;4 \rangle$
- c) Miejscem zerowym funkcji $y = -f(x)$ jest liczba -1
- d) Funkcja $y = f(-x)$ jest rosnąca w przedziale $\langle -1;1 \rangle$

Kod ucznia:

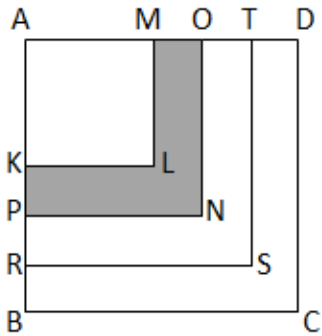
CZĘŚĆ II

11) (4pkt) Dany jest okrąg o promieniu jeden. Niech s oznacz pole kwadratu wpisanego w jego

górną półokrąg, a c pole kwadratu wpisanego w ten okrąg. Znajdź wartość ilorazu $\frac{c}{s}$.

12) (5pkt) W dwóch stopach miedzi z cynkiem stosunki wagowe tych metali wynoszą odpowiednio 4:1 oraz 1:3. Po stopieniu 10kg pierwszego stopu i 16kg drugiego stopu oraz pewnej ilości czystej miedzi otrzymano stop, w którym miedź i cynk pozostają w relacji 3:2. Oblicz ciężar nowego stopu.

- 13) (4pkt) Cztery kwadraty, których długości boków wyrażają się liczbami całkowitymi ułożono jeden na drugim w sposób pokazany na rysunku. Oblicz pole kwadratu, $ABCD$ jeżeli wiadomo, że odcinki KP , PR , RB mają jednakowe długości, a pole zacięniwanej figury jest równe 17.



- 14) (4pkt) Wykaż, że liczba 3^{54} jest rozwiązaniem równania $243^{11} - 81^{14} + 7x = 9^{27}$.

Kod ucznia:

15) Wykaż, że

a) (2pkt) Liczba $x = 25^n + 16^n + 2 \cdot 20^n$ jest kwadratem liczby naturalnej dla każdego $n \in N$.

b) (3pkt) Suma kwadratów trzech kolejnych liczb całkowitych nieparzystych zwiększona o 1 jest podzielna przez 12.

c) (2pkt) $2^{700} > 5^{300}$

d) (2pkt) Liczba $x = 7^{n+2} + 7^{n+1} - 2 \cdot 7^n$ jest liczbą parzystą dla każdego $n \in N$.

16) (4pkt) Funkcja liniowa f spełnia warunki $f(3) = 3 \cdot f(1)$, $f(2) = f(1) - 1$. Wyznacz $f(5)$.