

Zad. 1 (2 pkt.)

Kropła ma objętość $0,1 \text{ cm}^3$. Ile takich kropli napelni półtora litrowy słoik.

Zad. 2 (3 pkt.)

Rozwiąż nierówność: $|3-x|-5| < 4$

Zad.3 (3 pkt.)

Wykaż, że wielomian $W(x) = (x-2)^{2m} + (x-1)^m - 1$ jest podzielny przez wielomian $P(x) = x^2 - 3x + 2$ (m jest dowolną liczbą naturalną)

Zad.4 (3 pkt.)

Wykaż, że zachodzi równość $\sqrt{19-8\sqrt{3}} - \sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2$

Zad.5 (4 pkt.)

Stół, którego blat jest kwadratem o boku 110 cm można rozciągnąć tak, że otrzyma się kwadrat z dwóch stron zakończonych półkolem.

- Jaka jest powierzchnia stołu
- Jakie ~~wymiary~~ ^{rozmiar} musi mieć obrus, aby nakrył cały stół i z każdej strony zwisał 10 cm. Rozpatrz dwa przypadki:
 - ✓ Obrus ma kształt prostokąta
 - ✓ Obrus ma kształt prostokąta zakończonego z dwóch stron półkolami

W obliczeniach przyjmij $\pi=3,14$

Zad. 6 (5 pkt.)

Sporządź wykres funkcji: $f(x) = |x^2 - 6x + 5| - 2$. Narysuj wykres funkcji, która parametrowi m przyporządkowuje ilość rozwiązań równania $f(x)=m$

Zad. 7 (5 pkt.)

Wykaż, że: $\frac{a^2 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} - \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} + a + 1 = (\sqrt{a} - 1)^2$

Zad. 9 (5 pkt.)

Liczby $\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$; $\frac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}$; $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ tworzą ciąg arytmetyczny. Udowodnij, że liczby a, b, c tworzą również ciąg arytmetyczny.

Zad. 10 (5 pkt.)

Wyrażenie $\frac{3x-2}{x(x-1)}$, gdzie $x \neq 0$, $x \neq 1$, można przedstawić w postaci sumy dwóch

ułamków, czyli $\frac{3x-2}{x(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$. Teraz należy wyznaczyć A oraz B.

$$\frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} = \frac{A(x-1)+Bx}{x(x-1)} = \frac{Ax-A+Bx}{x(x-1)} = \frac{(A+B)x-A}{x(x-1)}$$

Porównując wielomiany w licznikach ułamków, otrzymujemy: $\begin{cases} A+B=3 \\ -A=-2 \end{cases}$ więc

$$\begin{cases} B=1 \\ A=2 \end{cases}$$

Zatem $\frac{3x-2}{x(x-1)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{x-1}$

Przedstaw w postaci sumy ułamków wyrażenie $\frac{16-2x}{x^2-x-6}$, gdzie $x \neq 3$, $x \neq -2$.