

**VIII Powiatowy Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas pierwszych szkół ponadgimnazjalnych.**

W tym konkursie nie ma przegranych. To, że tu jesteś,
jest już Twoim sukcesem. Więc „Jeśli zadanie wydaje ci się
trudne, bierz się za niemożliwe”
Aleksander Wielki

Część I

W części pierwszej znajdują się zadania testowe. W każdej kratce obok odpowiedzi wpisz TAK lub NIE

1. (3pkt) Dana jest funkcja $f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{x-5}$. Prawdą jest, że:

- a) Dziedziną funkcji $f(x)$ jest zbiór $R \setminus \{5\}$.
 b) Funkcja $f(x)$ nie ma miejsca zerowego.
 c) $f(-20) = 0$.

2. (3pkt) Liczba odwrotna do liczby $3 - 2\sqrt{3}$ to

- a) $-3 + 2\sqrt{3}$
 b) $\frac{1}{3 - 2\sqrt{3}}$
 c) $\frac{-3 - 2\sqrt{3}}{3}$

3. (3pkt) Dana jest funkcja $f(x) = 3 + |1 - a|$. Zbiorem wartości tej funkcji jest $Y = \{4\}$ dla parametru a równego:

- a) $a=4$
 b) $a=0$ lub $a=2$
 c) $a=1$

4. (3pkt) Niech $A = \{x \in C : x^2 \leq 9\}$ oraz $B = \{x \in N : |x - 1| \leq 4\}$. Wtedy

- a) $A \subset B$
 b) $(A \cup B) \subset B$
 c) $A \setminus B = \emptyset$

5. (3pkt) Liczba postaci $n(n+1)(n+2)(n+3)$, dla dowolnego $n \in N$, dzieli się przez:

- a) 12
 b) 24
 c) 36

6. (3pkt) Liczba będąca wartością wyrażenia $3^{15} + 3^{16} + 3^{17}$ jest wielokrotnością liczby:

- a) 6
 b) 9
 c) 39

7. (3pkt) Funkcja liniowa spełniająca warunki $f(1) = 1$ i $f(x) = f(x+2) - 4$ wyraża się wzorem

- a) $f(x) = 4x - 3$
 b) $f(x) = 2x -$
 c) $f(x) = -x + 2$

8. (3pkt) Jeżeli $a^2 + b^2 = 0$, to stąd wynika, że

- a) $a = 0$ i $b = 0$
 b) liczby a i b są przeciwne
 c) $a^4 + b^4 = 0$

9. (3pkt) Wśród podanych zdań nie jest prawdziwe stwierdzenie:

- a) każdy trójkąt ma co najmniej jedną oś symetrii
 b) każdy czworokąt mający środek symetrii jest rombem
 c) środkiem okręgu opisanego na trójkącie jest punkt przecięcia się symetralnych boków trójkąta.

10. (3pkt) Dany jest czerwony prostokąt o bokach a i b oraz prostokąt zielony o bokach c i d .

Długość boku c stanowi 90% długości boku a , zaś długość boku d stanowi 110% długości boku b .

Prawdą jest, że

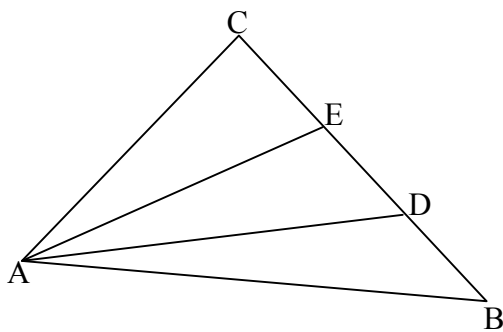
- a) Pole czerwonego prostokąta stanowi $\frac{101}{100}$ pola zielonego prostokąta.
 b) Pole prostokąta zielonego to 99% pola prostokąta czerwonego.
 c) Obwody obu prostokątów są równa

Część II

W części drugiej masz zadania otwarte. Teraz zapisujesz rozwiązania zadania w miejscu na to przeznaczonym.

11. (2 pkt) Oblicz, ile lat ma chłopiec, który zapytany o wiek odpowiedział „*Gdybym miał o $\frac{1}{3}$ mniej lat, byłbym starszy o 3 lata od mojego brata, który jest dwa razy młodszy ode mnie*”.

12. (2 pkt) Punkty D i E dzielą bok BC trójkąta ABC na trzy równe części. Wykaż, że pole trójkąta ADE jest trzy razy mniejsze od pola trójkąta ABC .



13. (2pkt) 50% uczniów pewnej klasy nie wie, że 50% to pół. 50% tej połowy klasy nie wie nawet, że 100% to jeden, a 50% z nich, czyli 4 uczniów nawet nie słyszało słowa procent. Ilu uczniów liczy ta klasa?

14. (4pkt) Dane są funkcje liniowe g i h określone wzorami $g(x) = mx + k$ oraz $h(x) = kx + m$. Wiadomo, że funkcja g jest rosnąca, a funkcja h malejąca.

- a) Wyznacz współrzędne punktu przecięcia się wykresów tych funkcji w zależności od parametru m i k .
b) Wyznacz współczynniki m i k wiedząc, że wykresy funkcji g i h są prostymi prostopadłymi, a punkt ich przecięcia leży na osi OX .

15. (4pkt) O godzinie 10.00 z miejscowości A odległej o 175km od miejscowości B wyjechał samochodem pan Kowalski, a w tym samym czasie z miejscowości B do miejscowości A wyjechał pan Nowak. Nowak jechał ze średnią szybkością o 10km/h większą niż Kowalski. Minęli się o 11.15. o której godzinie pan Nowak dojechał do miasta A ?

16. **(3pkt)** Uzasadnij, że dla dowolnych różnych liczb a i b wyrażenie $\frac{|a-b|+|b-a|}{\sqrt{4a^2-8ab+4b^2}}$ ma stałą wartość.

17. **(3pkt)** W zbiorze liczb całkowitych zdefiniujemy nowe działanie \otimes w następujący sposób $a \otimes b = a + b - 3$.

a) Oblicz $(3 \otimes 5) \otimes (6 \otimes 1)$.

b) Wykaż, że liczba 3 jest elementem neutralnym tego działania. (elementem neutralnym działania \otimes nazywamy liczbę e wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej liczby a zachodzi: $e \otimes a = a$ i $a \otimes e = a$).

Jaki jest element neutralny dodawania, a jaki mnożenia w zbiorze liczb rzeczywistych?