

Kod ucznia:

**X Powiatowy Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas drugich szkół ponadgimnazjalnych.**

W tym konkursie nie ma przegranych. To, że tu jesteś, jest już Twoim sukcesem. Więc „Jeśli zadanie wydaje ci się trudne, bierz się za niemożliwe”

Aleksander Wielki

Część I

W części pierwszej znajdują się zadania testowe. W każdej kratce obok odpowiedzi wpisz TAK lub NIE.

1. (3pkt) Liczba $x = \sqrt{13 - 2\sqrt{30}}$

- | | |
|--|---|
| | a) jest niewymierna |
| | b) jest równa $\sqrt{7}$ |
| | c) można zapisać w postaci $ \sqrt{3} - \sqrt{10} $ |

2. (3pkt) Dla $1 < x < 3$ wyrażenie $|x - 3| - |1 - x|$ można zapisać w postaci:

- | | |
|--|--------------|
| | a) $-2x + 4$ |
| | b) -2 |
| | c) $2x - 4$ |

3. (3pkt) Funkcja f przyporządkowuje każdej trzycyfrowej liczbie naturalnej cyfrę dziesiątek tej liczby. Ile miejsc zerowych ma ta funkcja?

- | | |
|--|---------------------|
| | a) dziesięć |
| | b) sto |
| | c) dziewięćdziesiąt |

4. (3pkt) Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = 2ax^3 - 3a^2x^2 + a^3x$. Wynika stąd, że

- | | |
|--|--------------------------|
| | a) a może się równać 0 |
| | b) a może się równać 1 |
| | c) a może się równać 2 |

5. (3pkt) Z trójkąta równobocznego o boku długości a i polu S odcięto trzy trójkąty, z których każdy zawierał wierzchołek danego trójkąta w taki sposób, że otrzymano sześciokąt foremny. Wówczas:

- | | |
|--|---|
| | a) bok sześciokąta ma długość $\frac{1}{2}a$ |
| | b) pole sześciokąta wynosi $\frac{2}{3}S$ |
| | c) pole pojedynczego odciętego naroża wynosi $\frac{1}{3}S$ |

6. (3pkt) Czy prawdą jest, że

- | | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | a) istnieje ciąg arytmetyczny, którego pierwszy wyraz jest ujemny, a pozostałe wyrazy są dodatnie. |
| <input type="checkbox"/> | b) istnieje ciąg geometryczny, którego pierwszy wyraz jest ujemny, a pozostałe wyrazy są dodatnie. |
| <input type="checkbox"/> | c) istnieje ciąg, który jest arytmetyczny i geometryczny. |

7. (3pkt) Dany jest trapez $ABCD$ (AB i CD to podstawy). Przekątne trapezu przecinają się w punkcie S .

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | a) pole trójkąta ABC jest równe polu trójkąta ABD |
| <input type="checkbox"/> | b) pole trójkąta ASD jest równe polu trójkąta BSC |
| <input type="checkbox"/> | c) stosunek pól trójkątów ABS i DCS jest równy stosunkowi kwadratów podstaw AB i CD . |

8. (3pkt) Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = -\frac{16}{n}$. Wobec tego:

- | | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | a) ciąg jest malejący |
| <input type="checkbox"/> | b) dokładnie cztery wyrazy ciągu są liczbami całkowitymi |
| <input type="checkbox"/> | c) wszystkie wyrazy ciągu są liczbami wymiernymi |

9. (3pkt) Niech $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$. Wtedy $f(2 + \sqrt[3]{3})$ jest liczbą

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| <input type="checkbox"/> | a) dodatnią |
| <input type="checkbox"/> | b) wymierną |
| <input type="checkbox"/> | c) całkowitą parzystą |

10. (3pkt) Równanie $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | a) ma pierwiastki, z których każdy jest całkowitym dzielnikiem liczby 2 |
| <input type="checkbox"/> | b) ma pierwiastek równy 0,5 |
| <input type="checkbox"/> | c) ma cztery pierwiastki |

11. (3pkt) Dany jest wielomian $W(x) = x^4 + 4$.

- | | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | a) wielomian nie da się rozłożyć na czynniki. |
| <input type="checkbox"/> | b) wielomian jest równy $W(x) = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x^2 + 2)$. |
| <input type="checkbox"/> | c) wielomian jest równy $W(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$. |

12. (3pkt) Najmniejszym wspólnym mianownikiem dla wyrażeń wymiernych

$$\frac{1}{x^2 - x}, \quad \frac{2}{4x + 4}, \quad \frac{3}{6x^2 - 6} \text{ jest wyrażenie}$$

- | | |
|--------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | a) $12x^3 - 12x$ |
| <input type="checkbox"/> | b) $24(x - 1)(x + 1)x$. |
| <input type="checkbox"/> | c) $(x^2 - x)(4x + 4)(6x^2 - 6)$. |

Kod ucznia:

Część II

W części drugiej zapisz rozwiązania zadań w wyznaczonym miejscu

13. (2pkt) W pewnej szkole 60% uczniów umie grać w szachy. Wśród uczniów umiejących grać w szachy 30% umie grać w brydża, a wśród uczniów nieumiejących grać w szachy tylko 10% umie grać w brydża. Jaka część uczniów potrafiących grać w brydża umie grać w szachy?
14. (2pkt) Romb ma przekątne o długości 24 i 10. Oblicz długość wysokości tego rombu.

15. (3pkt) Dla jakiej wartości parametru p wielomian $W(x) = px^3 + x^2(p-2) - x(1+2p)$ ma trzy różne pierwiastki rzeczywiste?

Kod ucznia:

16. (3pkt) W pociągu jedzie 270 osób. Gdyby skład pociągu liczył o dwa wagony więcej, to średnio w każdym wagonie byłoby o 36 osób mniej. Ile wagonów liczy pociąg?

17. (4pkt) Dana jest tabela liczb naturalnych

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 2 & 4 & 6 & \dots & 2n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & 2n & 3n & \dots & n^2 \end{bmatrix}.$$

Suma wszystkich liczb zapisanych w tej tabeli wynosi 3025. Oblicz n .