

**VI Powiatowy Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas drugich liceów i trzecich techników szkół ponadgimnazjalnych.**

W tym konkursie nie ma przegranych. To, że tu jesteś, jest już Twoim sukcesem. Więc „Jeśli zadanie wydaje ci się trudne, bierz się za niemożliwe”

Aleksander Wielki

W części pierwszej znajdują się zadania testowe. W każdej kratce obok odpowiedzi wpisz TAK lub NIE

Część I

(3p) 1. Wartość wyrażenia $\frac{(9^{-6} \cdot 27)^2 \cdot 81^{0,5}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{14}}$ jest równa:

- a) 3^{-2} b) $\sqrt{3}^4$ c) 0,111...

(3p) 2. Ile boków ma wielokąt wypukły, w którym liczba wszystkich przekątnych jest o 25 większa od liczby boków wielokąta?

- a) 5 b) 10 c) $25^0 + 9$

(3p) 3. Państwo Kowalscy jadąc samochodem na wakacje nad morze, pierwszą połowę drogi przebyli ze średnią prędkością 80 km/godz., a drugą połowę ze średnią prędkością 45 km/h. Jaka była średnia prędkość, z jaką państwo Kowalscy pokonali całą trasę?

- a) 57,6 km/h b) 62,5 km/h c) 125 km/h

(3p) 4. Wielomian W określony jest wzorem $W(x) = (x^2 + 2x - 4)^8$. Wobec tego

- a) W jest wielomianem stopnia dziesiątego.
b) Wielomian W ma dwa pierwiastki.
c) Suma współczynników wielomianu W wynosi 1.

(3p) 5. Wielomian $W(x) = x^4 - 3x^3 + bx^2 + ax + b$ jest podzielny przez wielomian

- a) $x^2 - 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a = 3$ i $b = -0,5$.
b) $x - 2$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a = 4$ i $b = 0$.
c) $x + 2$ dla nieskończenie wielu wartości parametrów a i b .

(3p) 6. Dany jest trójkąt o bokach długości 5, 12, 13. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?

- a) Najkrótsza wysokość tego trójkąta ma długość $\frac{60}{13}$.
b) Suma sinusów kątów ostrych wynosi $\frac{17}{13}$.
c) Promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość 7.

(3p) 7. Ramię trapezu równoramiennego jest równe krótszej podstawie i wynosi 8. Przekątna trapezu jest prostopadła do jego ramienia. Wobec tego:

- a) obwód trapezu jest równy 40.
- b) pole trapezu jest równe $24\sqrt{3}$.
- c) promień koła opisanego na trapezie jest równy 16.

(3p) 8. Istnieje takie $a \in R$, dla którego równanie $|x^2 - 3x - 3| = a$ ma dokładnie

- a) jeden pierwiastek rzeczywisty.
- b) trzy pierwiastki rzeczywiste.
- c) cztery pierwiastki rzeczywiste.

(3p) 9. Ciąg dany jest wzorem $a_n = n^4 - 10n^3 - 36n^2 + 360n$.

- a) Wyraz dziesiąty tego ciągu nie istnieje.
- b) Tylko trzy wyrazy ciągu mają ujemną wartość.
- c) Ciąg ten jest arytmetyczny lub geometryczny.

(3p) 10. Dane są funkcje $f(x) = 4x + 7$ i $g(x) = |2m + 1|x + m$.

- a) Wykresy tych funkcji są prostymi równoległymi jedynie dla $m=1,5$.
- b) Funkcja $g(x)$ jest rosnąca dla każdej wartości parametru m .
- c) Wykres funkcji $f(x)$ ma nieskończenie wiele osi symetrii.

Część II

W części drugiej masz zadania otwarte. Teraz zapisujesz rozwiązania zadania w miejscu na to przeznaczonym.

(6p) 11. Kwaciarka sprzedaje róże po 5zł, jednak przy zakupie powyżej 10 sztuk cena ulega zmniejszeniu. Za każdą różę powyżej 10 sztuk cena róży ulega zmniejszeniu o 10 gr. I tak np. klient zamawiający 12 róż zapłaci 12 razy 4,80 zł. Oznaczmy przez x ilość kupowanych róż. Napisz wzór funkcji opisującej kwotę płaconą przez klienta zależną od ilości kupowanych róż. Wiedząc, że cena róż musi być dodatnia ustal dziedzinę tej funkcji. Ile klient zapłaci kupując 17 róż? Ile róż musiałby kupić, aby cena jednej róży wynosiła 2zł?

(4p) 12. Właściciel kiosku kupił w hurtowni pewną liczbę zeszytów, płacąc za nie 400 zł. Umówił się przy tym z hurtownikiem, że w następnym miesiącu za tę samą kwotę kupi o 20 zeszytów więcej, jeżeli cena zeszytu zostanie obniżona o złotówkę. Ile zeszytów kupił właściciel kiosku?

(4p) 13. Kwadrat i trójkąt równoboczny mają te same pola, wyznacz stosunek ich obwodów.

(6p) 14. Dane jest równanie $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{x} = 1$. Sprawdź, czy para liczb $(\sqrt{2}, 3 + \sqrt{2})$ jest rozwiązaniem tego równania. Z podanego równania wyznacz y jako funkcję x . Podaj dziedzinę i narysuj wykres tej funkcji.